



►► Wie viele Menschen verträgt die Erde?

Ablauf einer Modellierungsphase im Projekt „Modellieren mit Mathe“

Für die Klasse wie auch für den Lehrer war die Teilnahme am internationalen Projekt „Modellieren mit Mathematik“ der erste Versuch, selbstverantwortetes Lernen an realen Problemen auszuprobieren. Der Beitrag berichtet schwerpunktmäßig über die Erfahrungen beim Ablauf der Modellierungsphase, da gerade diese Phase die Selbstständigkeit der Lernenden herausfordert.

Die am internationalen Projekt „Modellieren mit Mathe“ (s. Kasten auf S. 10) beteiligten deutschen Schüler und Schülerinnen aus Hagen besuchen die 10. Klasse des Fichte-Gymnasiums. Ich bin Klassenlehrer der Klasse und unterrichte in dieser Klasse die Fächer Mathematik und Chemie.

Im Vorfeld des Projektes habe ich sowohl der Klasse als auch der Elternvertretung meine Intentionen im Hinblick auf das Projekt verdeutlicht und auch die Wichtigkeit selbst verantworteten Lernens für den späteren Beruf hervorgehoben. Einige Schüler und Schülerinnen konnten in den vergangenen Jahren im Rahmen des Wahlpflichtbereichs II Erfahrung im Umgang mit dem Computer sammeln und verfügen über solide Grundkenntnisse in der Nutzung der

Programme Word, Excel und PowerPoint. Bei der überwiegenden Anzahl konnte ich aber lediglich Kenntnisse in Textverarbeitung und Internetnutzung voraussetzen. An ein Lernen in Sachzusammenhängen waren die Schülerinnen und Schüler in gewisser Weise gewöhnt. Als Leitmedium wurde die Lern- und Arbeitsumgebung „Modellieren mit Mathe“ eingesetzt.¹

Projekteinstieg: Auswahl eines realen Problems

Da ich in der Systematisierungsphase des Projektes (siehe hierzu S. 24–26) auf Exponentialfunktionen hinaus wollte, hatte ich meiner Klasse die vier folgenden realen Probleme aus der Lernumgebung zur Auswahl angeboten bzw. vorgegeben (in Klammern steht jeweils die Zahl der Gruppen, die das Problem gewählt haben, sowie die entsprechende Eingangsseite):

- ▶ Bevölkerungsexplosion – oder? (2 Gruppen; [.../ma0150.htm](#))
- ▶ AIDS und Grippe – zwei „moderne“ Epidemien? (2 Gruppen; [.../ma0620.htm](#))
- ▶ Wohlstand für alle! – Vision oder Möglichkeit? (1 Gruppe; [.../ma0320.htm](#))
- ▶ Werden die Reichen immer reicher? (1 Gruppe; [.../ma1010.htm](#))

Überblick

Projekt zur Einführung der Exponentialfunktion

Klassen- bzw. Altersstufe: 10. Klasse

Klassengröße:
25 (13 Jungen, 12 Mädchen)

Gruppengröße der Kleingruppen:
4–5 Schülerinnen und Schüler

Schulform: Gymnasium

Unterrichtsfächer:
Mathematik, Politik, SoWi

Zeitraum der (Unterrichts-)Einheit:
5 Wochen (inkl. 7 Stunden Arbeit im Internetraum)

Beteiligte Schulen:
am Projekt: 7 Klassen aus Deutschland, 5 Klassen aus Südtirol; zum Thema „Bevölkerungsentwicklung“:
5 Gruppen

Technische Ausstattung:
PC-Raum mit Internetanschluss und 12 Computerarbeitsplätzen

Von Antonius Warmeling

Nach der Auswahl eines Problems besprach ich mit den Schülerinnen und Schülern die Rahmenbedingungen für

- ▶ die Modellierungsphase,
- ▶ das zu erarbeitende Produkt sowie
- ▶ das Lerntagebuch.

Zum Nachlesen hatte ich diese Rahmenbedingungen auch schriftlich niedergelegt (siehe S. 13).

In der Modellierungsphase standen den Schülerinnen und Schülern 7 Unterrichtsstunden im Internetraum zur Verfügung. Da ich aber in vielen Kleingruppen die Zielrichtung noch zu wenig konkret fand, verlegte ich die 4. Stunde in den Klassenraum, damit – unbeeinflusst von der Faszination von Computer und Internet – das Augenmerk stärker auf die inhaltlichen Teil-Fragen und Planungen gelenkt werden konnte.

Beispiel: Die Kleingruppe „4gewinnt“

In der Folge skizziert der Beitrag die Modellierungsphase der Kleingruppe „4gewinnt“² und stellt ihr zum Abschluss und als Vergleich noch eine zweite Gruppe gegenüber.

In der Gruppe „4gewinnt“ fanden sich Elisa, Friederike, Pia und Tina zusammen – mehr aus persönlicher Sympathie und eher weniger aus ähnlichen inhaltlichen Interessen heraus. Die Schülerinnen ent-

schieden sich sehr schnell dafür, die folgende Frage zu bearbeiten: „Wie viele Menschen fasst die Erde und wie kann man sie ernähren?“

Modellierungsphase I: Recherche und Absprachen

Während andere Kleingruppen in der ersten Stunde noch mit ihrer Vorstellung auf dem Forum (s. a. S. 42–44) beschäftigt waren, stieg die Gruppe „4gewinnt“ schon intensiv in die inhaltliche Debatte ein:

- ▶ „Was braucht man für eine ausreichende Ernährung?“
- ▶ „Was essen Asiaten?“ – „Reis natürlich, aber reicht das allein?“
- ▶ „Wie groß sind die Nährstoffgehalte?“
- ▶ „Wie groß ist die Gesamtoberfläche der Erde?“ – „Aber die Wüsten müssen wir abziehen ...“ – „Und was ist mit den Gebirgen ...?“ ...

Zwischendurch suchten die Schülerinnen immer wieder in der Lernumgebung oder mittels Suchmaschinen nach passenden Daten zu ihren Fragen. Die Arbeit war sehr konzentriert, aber noch wenig zielgerichtet. Friederike schrieb:

- ▶ „Ich bin ziemlich unmotiviert, weil ich irgendwie immer noch nicht weiß, wie genau wir unser Projekt verwirklichen ... sollen. Außerdem läuft uns meiner Meinung nach die Zeit weg.“

Zum Abschluss dieser ersten Stunde vereinbarten sie, zu Hause nach weiteren Daten zu suchen (Lexikon, Internet).

Die Frage nach einer ausreichenden Ernährung wurde in der zweiten Stunde erst einmal beiseite gelegt. Die Gruppe konzentrierte sich auf die Bevölkerungsdichten in den verschiedenen Kontinenten und auch einigen ausgewählten Ländern. Die Schülerinnen vereinbarten, 50 % der bewohnbaren Fläche für die Ernährung zu verplanen und die übrigen für die Unterbringung der Menschen und die Infrastruktur. Jetzt wurde die Diskussion etwas unreal, weil die Gruppe darüber nachdachte, wie hoch man die Gebäude bauen könnte und ob man nicht alle unterirdisch anlegen könnte. Meinen Einwand – „In einer solchen Welt (ohne Natur ...) möchte ich aber nicht leben.“ – ließen sie nicht gelten, weil sie ja ein Extremszenario beleuchten wollten. Elisa notierte:

- ▶ „Heute bekomme ich mehr und mehr das Gefühl, dass unser Projekt, so vereinfacht wir es wohl auch berechnen werden, viel zu unrealistisch wird.“

Zur nächsten Stunde brachte Pia schon eine Übersicht über die Lebensflächen („Was ist damit gemeint?“), die momentanen Bevölkerungsgrößen und die Wachstumsraten auf den verschiedenen Kontinenten mit. Die vier berechneten

die Bevölkerungsdichten in Personen pro Quadratkilometer und überlegten, wie man diese Zahlen auf die nächsten Jahrzehnte bzw. Jahrhunderte hochrechnen könnte. Man verabredete, sich entsprechende Zahlen von Ballungsräumen (z. B. London) zu besorgen und bei der UN Informationen über die minimale Nahrungsaufnahme in den verschiedenen Kontinenten zu recherchieren.

Die vierte Stunde fand – wie erwähnt – im Klassenraum statt. Die Gruppe „4gewinnt“ war schon so weit, dass sie hätte rechnen können und konnte daher mit dieser Stunde nicht viel anfangen.

Modellierungsphase II: Berechnungen

In der nächsten Stunde half ich der Kleingruppe bei der Einrichtung einer Excel-Tabelle, mit der sie das Bevölkerungswachstum mithilfe der gefundenen Wachstumsraten simulieren konnten. Nachdem die Schülerinnen zunächst einfach Jahr für Jahr die prozentuale Steigerung hinzugerechnet hatten, brachte ich mögliche Vereinfachungen und den Wachstumsfaktor ins Spiel. Nebenbei lernten sie die Nutzung relativer und absoluter Bezüge bei Excel kennen und konnten dann selbstständig weitere Tabellen erstellen. Da die Frage nach den Ernährungsgrundlagen zunächst nicht weiterführte, entschied die Gruppe, drei Szenarien durchrechnen:

- ▶ hoher Lebensstandard (wie in Deutschland),
- ▶ mittlerer Lebensstandard in einem Ballungsraum (wie in London) und
- ▶ geringer Lebensstandard.

In der Folgestunde wurden die Tabellen erstellt. Die Schülerinnen errechneten die Bevölkerungszahlen für 5, 50 und 500 Jahre. Für die Welt kamen sie dabei in 500 Jahren auf mehr als 1,1 Billionen Menschen, die fast alle in Afrika wohnen werden. Die Zahl wurde nicht hinterfragt, sie war wohl nicht vorstellbar. Schließlich einigten sich die Schülerinnen auf die Berechnung von Erdbevölkerungszahlen auf der Basis der Einwohnerdichten von London, Hongkong und Sydney. Die Gesamtwohnfläche (ohne Anbau- und Wasserflächen) wurde mit 97,2 Mio. km² berechnet. Elisa notierte eine wichtige Erfahrung:

- ▶ „Was mich ein wenig stört, ist, dass ... Quellen verschiedene Zahlen angeben und es so ... vorkommen kann, dass ich andere Zahlen habe als jemand anderes aus meiner Gruppe.“

In der letzten Stunde kam die Kleingruppe noch einmal auf die Ernährungssituation zurück. Auf der Basis der Bevölkerungsdichte von Deutschland

berechneten sie eine Weltbevölkerung von rund 22 Milliarden und gingen (fälschlicherweise) davon aus, dass alle nach „deutschem Standard“ gut ernährt werden könnten. Auf der Basis der Hamburger Bevölkerungsdichte (Ballungsraum) hätten die Menschen dann nur noch 1/9 und auf Hongkong bezogen nur noch 1/23 der Nahrungsmittel zur Verfügung.

In der folgenden Stunde gab die Kleingruppe „4gewinnt“ als einzige pünktlich ihre Ausarbeitung³ ab, alle anderen Gruppen kamen mit ein bis drei Stunden Verspätung hinterher. Friederike schrieb um 22.55 h am Vorabend:

- ▶ „Halleluja, endlich geschafft ... Außerdem finde ich es schade, dass wir nicht noch mehr Zeit haben, weil uns noch eine Menge eingefallen ist, was man noch zusätzlich errechnen und einbringen könnte. Ansonsten sind wir mit unseren Ergebnis sehr zufrieden.“

Mein Kommentar: Das konnten sie sein!

Ein Vergleich mit einer anderen Gruppe

Dass es nicht in allen Gruppen so gut lief, mag ein Blick auf die andere Gruppe zeigen, die dieses Problem gewählt hatte. Hier fehlte in der Regel mindestens immer ein Schüler aus Krankheitsgründen. Die Kommunikation innerhalb der Gruppe klappte nur sehr begrenzt. Ich hatte mit ihnen in der Planungsstunde erarbeitet, dass ein Vergleich der Bevölkerungsentwicklungen eines Industrielandes, eines Entwicklungslandes und eines Schwellenlandes sinnvoll sei. Doch letztendlich enthielt das Arbeitsprodukt der Gruppe nur jeweils eine aus dem Internet heruntergeladene Grafik für die Jahre 2001 und 2020 zu den Ländern Frankreich und Brasilien, jedoch keine eigenen Berechnungen und interpretierenden Texte, lediglich einen Anhang mit einem nicht passenden Text zur Weltbevölkerungsentwicklung.

Bewertung des Projekts

Zur Einschätzung des Projekts und vor allem der Modellierungsphase soll zum Schluss noch einmal Pia zu Wort kommen:

- ▶ „Die Arbeitsmethode hat viele Vorteile, aber auch Nachteile:
Vorzüge: Durch die Teamarbeit lernt man, mehr zu kooperieren und zu diskutieren. Dies schafft gute Voraussetzungen für das gemeinsame Lösen von Problemen und Erarbeiten von Themen.“

Für die nächsten zwei Wochen sollt ihr nun gründlich am ausgewählten Thema arbeiten.

Hierzu nur einige wichtige Einzelheiten:

- ▶ Spätestens am Montag, den 18.11.02 ist diese Phase beendet. Dann hätte ich gerne das Produkt (in Papierform und auch als Datei). Ihr stellt es im Forum aus, damit ihr eure Ergebnisse mit anderen Gruppen diskutieren könnt, ich bringe es auf die Schulhomepage. Außerdem sammle ich dann eure Lerntagebücher ein.
- ▶ Für die Modellierungsphase und auch die Zeit danach haben wir hinten in der Klasse Infowände, an denen wir unsere Produkte, weitere Informationen und auch Reaktionen der Partnerklassen aufhängen können.
- ▶ Das ziellose Herumstöbern in der Lernumgebung oder in Suchprogrammen sollte nun in den Hintergrund treten. Setzt euch zu Beginn jeder Stunde zusammen und überlegt, was ihr euch vornehmt und wie ihr euch die Arbeit aufteilt. Zum Ende sollte außerdem geklärt werden, was ggf. zu Hause zu erledigen ist.
- ▶ Nicht immer wird man den Rechner brauchen. Deshalb steht parallel zum Internetraum auch der Klassenraum zur Verfügung, in dem Gruppen oder Teilgruppen diskutieren und kreativ tätig sein können. Das erfordert natürlich auch von euch ein bisschen Disziplin (z. B. wenn man innerhalb der Stunde über den Flur läuft ...).
- ▶ Wenn euch wichtige Informationen fehlen und ihr trotz verschiedener Versuche nicht weiterkommt, fragt die Mitschüler, die sich mit ähnlichen Themen beschäftigen. Notfalls könnt ihr euch auch einen Tipp von mir holen.
- ▶ Probleme mit Excel könnt ihr mit mir besprechen, ich helfe weiter.

Das Produkt:

Euer Arbeitsprodukt sollte in Word geschrieben sein (weil man das leicht in HTML übersetzen kann) und mindestens folgende Inhalte haben:

- ▶ Den Titel eurer Ausarbeitung
- ▶ Warum ihr euch dafür entschieden habt
- ▶ Eure Überlegungen und die Ergebnisse eurer Berechnungen (nicht alle Einzelheiten, aber es muss nachvollziehbar sein)
- ▶ Eine abschließende, ausführliche Beantwortung eurer Fragestellung unter Beachtung der vorher dargelegten Überlegungen und Ergebnisse
- ▶ Quellenangaben (→ Internetadressen mit Datum; alle Daten und Informationen, auf die ihr euch bezieht, müssen belegt oder begründet geschätzt werden), daher parallel immer Word öffnen, um kurz wichtige Informationen aufschreiben zu können
- ▶ Falls ihr Bilder in euer Produkt nehmt, die aus dem Internet stammen, müsst ihr dazu die Quelle angeben (→ Internetadresse mit Datum).

Das Lerntagebuch:

Das Lerntagebuch sollte vorne alle Infoblätter von mir und Eintragungen zu jeder Stunde enthalten, z. B.:

- ▶ Planungen für die Stunde
- ▶ Absprachen für weitere Arbeiten evtl. auch zu Hause
- ▶ Mindmaps als Überblick
- ▶ Was habe ich heute gelernt?
- ▶ Stimmungen

Es ist ratsam, in der Stunde kurze Notizen zu machen und zu Hause intensiver über die Stunde nachzudenken und die Quintessenz daraus aufzuschreiben.

... Durch Eigenaktionen sind einem die Vorgänge klarer und man verbindet auch alles miteinander. So vergisst man vieles nicht wieder und das Lernen fällt leichter.

Diese Art des Unterrichts weckt Interesse, weil man mehr selbst ... aktiv werden kann. Das Arbeiten ... im Internet macht Spaß und ist ... zeitgemäß. Nachteile: Durch Arbeiten in eine falsche Richtung wird viel Zeit verbraucht, die man gut anders nutzen könnte. Hier muss der Lehrer mehr helfen ... Zuerst treten einige Schwierigkeiten in der Zusammenarbeit auf. Jeder hat eigene Vorstellungen und es muss erst eine Ideallösung gefunden werden, um effizient arbeiten zu können. ... [Aber] da sich das Problem sehr schnell löst, ist der Nachteil weniger gravierend."

Die beiden genannten Nachteile sehe ich gar nicht unbedingt als solche. Ich werde mir aber beim nächsten Durchgang vorher überlegen, wie ich den Schülerinnen und Schülern eine bessere Hilfe geben kann, damit sie sich beim gewählten Problem besser für eine konkrete Teilfrage entscheiden können. Von der ersten Stunde an gab es von einigen Schülerinnen und Schülern auch

Widerstand gegen das Projekt. Dies äußerte sich u. a. in der Bemerkungen wie: „Was hat das überhaupt mit Mathe zu tun?“ Die Schülerinnen und Schüler mussten sich in diesem Projekt auf eine andere als die gewohnte Lehr- und Lernmethode einstellen. Und das machte Schwierigkeiten. Bisher geschah in meinem Unterricht die Einführung eines neuen Themas zwar häufig auch sachbezogen, aber unter starker Steuerung durch den Lehrer. Dann kam die Phase der mathematischen Präzisierung und dann die der Übungen.

Das war diesmal anders: Fast drei Wochen haben die Gruppen gearbeitet, bevor ich gesagt habe, dass unser neues Thema Exponentialfunktionen heißt, denn diese Funktionenart sollte ja von den Schülern und Schülerinnen in ihrer eigenen Sprache bei einer konkreten Nutzung „erfunden“ werden. Ich darf daher nicht unzufrieden sein, wenn das Ergebnis bezogen auf die Mathematik nicht gleich bei allen ganz toll war. Es bleibt für mich aber angesichts der Entwicklungen im Berufsleben und in der elektronischen Kommunikation gar keine Alternative, als auf diesem Weg weiterzumachen. ☐☐

Anmerkungen

- (1) In den Verweisen auf die Arbeitsumgebung wird nur noch angegeben, was nach `.../modellmathe/...` einzusetzen ist.
- (2) Die Dokumentation beruht auf meinen eigenen Notizen sowie auf den Lerntagebüchern der Gruppe.
- (3) Die Ausarbeitung kann zz. noch auf dem Teilforum „Bevölkerung“ unter „Referat [1]“ eingesehen und heruntergeladen werden. Später wird sie unter dem Problem „Bevölkerungsexplosion – oder?“ als Beispiel auf der Seite `.../ma01592.htm` zu finden sein.

StD. Antonius Warmeling,
Lehrer für Mathematik und Chemie
am Fichte-Gymnasium in Hagen.

Ringstr. 3
58091 Hagen
awarmeling@tiscali.de

Links

- ▶ www.schule.suedtirol.it/blick/angebote/modellmathema01592.htm
Ausarbeitung der Gruppe „4gewinnt“ zum Thema „Bevölkerungswachstum – oder?“